

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ЛИТЬЯ И КРИСТАЛЛИЗАЦИИ АЛЮМИНИЕВЫХ СПЛАВОВ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ С УЧЕТОМ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОГО МЕТАЛЛА

Хацаюк М.Ю.<sup>1</sup>, Минаков А.В.<sup>2</sup>, Первухин М.В.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Кафедра «Электротехнологии и электротехника», <sup>2</sup> Кафедра «Теплофизики»  
Сибирский федеральный университет, Красноярск, Россия, [maxhas@ya.ru](mailto:maxhas@ya.ru)

**Аннотация** — В данной работе представлены результаты математического моделирования гидродинамических процессов, процессов кристаллизации и формирования свободной поверхности при литье слитков малого поперечного сечения в электромагнитный кристаллизатор во FLUENT с решением уравнений электродинамики с использованием Used-Defined Function в осесимметричной постановке. Так же описаны результаты предварительной проверки используемой для моделирования процесса литья математической модели путем проведения сравнения с известными экспериментальными данными для установок с идентичными физическими процессами.

**Ключевые слова** — электромагнитный кристаллизатор, магнитная гидродинамика, свободная поверхность, кристаллизация, алюминиевые сплавы.

## ВВЕДЕНИЕ

Повышения качества слитков при непрерывном литье возможно за счет увеличения интенсивности охлаждения [1]. Одним из способов, обеспечивающих данное условие, является непрерывное литье в электромагнитный кристаллизатор принципиально отличающиеся от других способов литья слитков отсутствием контакта расплавленного металла со стенками формы [2]. Непосредственная подача охлаждающей жидкости на свободную поверхность расплава позволяет значительно повысить скорость кристаллизации, а за счет действия электромагнитных сил возникает вынужденная конвекция в объеме жидкой фазы, уравнивающая условия охлаждения по всему сечению слитка. Вследствие этого литье в электромагнитный кристаллизатор позволяет получать слитки с равномерной по сечению мелкозернистой структурой. Перспективным направлением, обладающим высоким потенциалом в отношении получения высоких скоростей охлаждения, является метод непрерывного

литья слитков малого поперечного сечения (диаметром 5–15 мм) в электромагнитном поле [3].

Стабильность процесса литья слитков малого поперечного сечения в электромагнитный кристаллизатор и качество получаемой структуры слитка зависит от ряда связанных друг с другом параметров, таких как частота и сила питающего индуктор тока, диаметр свободной поверхности слитка, диссипация джоулевой энергии, интенсивность охлаждения, положение и форма фронта кристаллизации, характер и интенсивность циркуляции расплава в жидкой фазе слитка и т.д. В связи с этим становится актуальным знание взаимной закономерности изменения физических полей участвующих в этом процессе и их использование для управления процессом литья в электромагнитном поле.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА

Полная математическая модель рассматриваемого процесса состоит в совместном решении уравнений гидродинамики и электродинамики с учетом фазового перехода и свободной границы жидкого металла. Течение жидкого металла в данной работе описывается осредненными по Рейнольдсу уравнениями Навье-Стокса, включающие в себя уравнение сохранения массы или уравнения неразрывности. Для моделирования турбулентного течения в качестве основной модели использовалась двухзонная двухпараметрическая модель Ментера SST.

Оценки показывают, что характерное значение числа Рейнольдса для жидкого металла равняется 4000, что говорит, о том, что в большинстве случаев течение расплава будет являться либо турбулентным, либо переходным, поэтому выбранная для расчетов низкорейнольдсовая модель Ментера SST должна хорошо описывать такой вид течения. Для решения задачи со свободной поверхностью в данной работе использовался предложенный Хиртом и Нихолсом метод жидкости в ячейках.

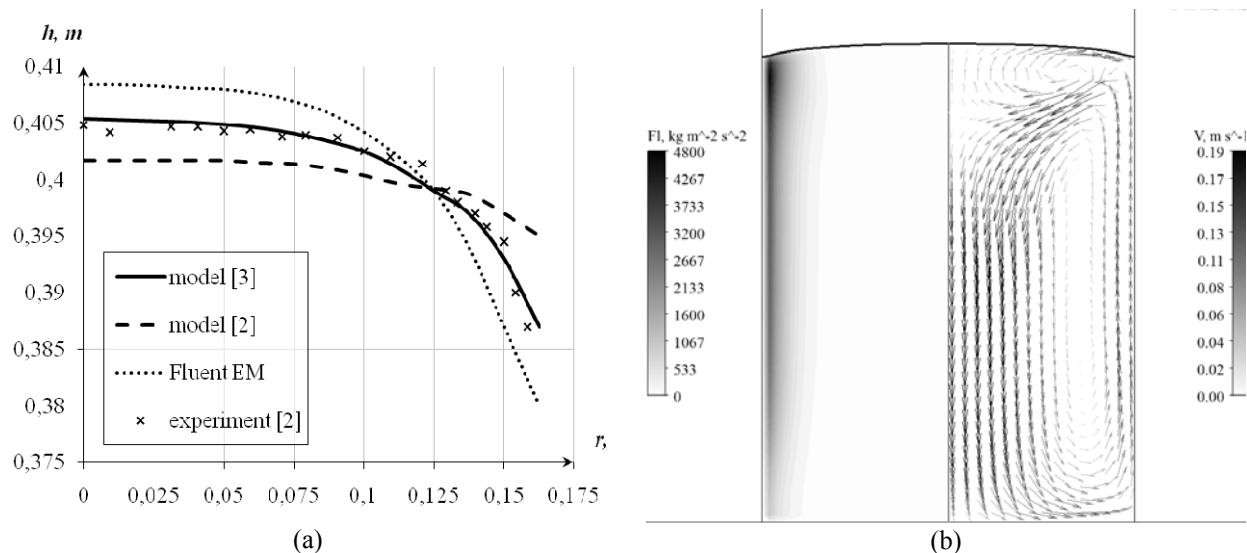


Рис. 1. Сравнение результатов моделирования и эксперимента (а) и визуализация результатов полученных на разработанной модели (б)

Интегральные оценки показывают, что характерное значение числа Вебера для рассматриваемой задачи равно 0,001, что не превышает 1, поэтому эффекты поверхностного натяжения играют существенную роль, и их рассмотрение является необходимым. Для моделирования поверхностного натяжения в рамках VOF метода использовался CSF (continuum surface force) алгоритм суть, которого состоит во введении в уравнения движения дополнительной объемной.

Математическая модель, процесса кристаллизации, для задачи литья в электромагнитный кристаллизатор, основана на решении уравнения закона сохранения энергии, записанного для сплошных сред в виде несжимаемой жидкости и твердого тела с учетом турбулентного переноса тепла. В расчетах коэффициент теплоотдачи задавался равным 5000 Вт/К×м<sup>2</sup>.

Интегральные оценки показывают, что характерное значение магнитного числа Рейнольдса равно 0,1, что не

превышают 1, поэтому можно пренебречь влиянием индуцированного за счет движения металла магнитного поля на внешнее поле созданное индуктором. Число Гартмана при этом равняется 10, что говорит о сильном влиянии магнитного поля на течение расплава. В этом случае удобнее всего рассчитывать электромагнитное поле через вектор-потенциал магнитного поля в цилиндрической системе координат на азимутальную компоненту [4]. В качестве граничных условия на всех границах расчетной области использовались условия сноса.

#### ПРОВЕРКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Проверка математической модели проводилась путем сравнения результатов моделирования гидродинамических процессов и процессов формирования свободной поверхности с данными

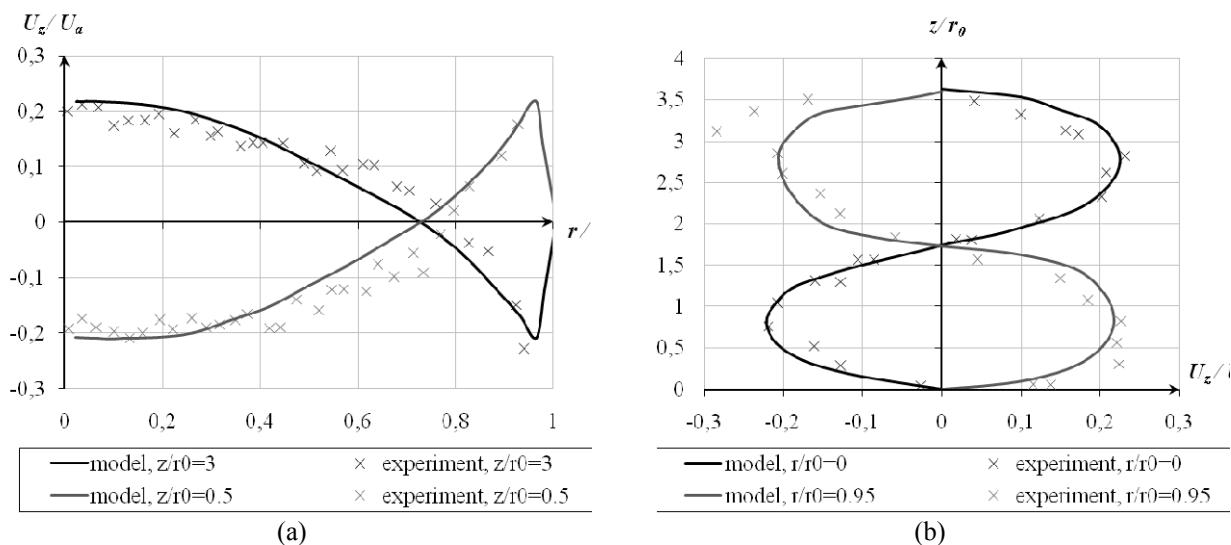
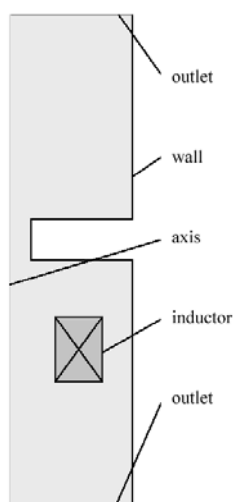


Рис. 2. Нормальная компонента скорости в горизонтальном (а) и вертикальном (б) сечениях  $U_a=0,68$  м/с,  $r_0=0,158$  мм



высота расчетной области 120 мм  
 ширина расчетной области 30 мм  
 диаметр отверстия для подачи металла 5 мм  
 высота области лотка (над отверстием) 50 мм  
 высота области кристаллизатора (под отверстием) 60 мм  
 высота индуктора 20 мм  
 ширина индуктора 10 мм  
 внутренний диаметр индуктора 15 мм  
  
 уровень жидкого металла в лотке 25 мм

Рис. 3. Геометрия расчетной области установки литья алюминиевого сплава

полученными на других моделях [5–7] и экспериментальными данными для индукционной тигельной печи [8]. В качестве входных параметров использовались ток в индукторе 2 кА, частота тока 385 Гц, радиус тигля 158 мм, высота металла в тигле 400 мм, высота индуктора 495 мм.

Сравнение результатов моделирования свободной поверхности, полученных с помощью предложенной модели (рис. 1(а)), показало достаточную точность (отклонение от эксперимента менее 1%). Так же характер и интенсивность полученных течений в результате расчета совпали с результатами, полученными на других моделях [8].

Для проверки результатов моделирования поля скоростей с экспериментальными данными была

выбрана индукционная тигельная печь, результаты измерения скоростей в которой описаны в работе [7]. Сравнение показало высокую сходимость результатов измерений и результатов, полученных с использованием предложенной модели (рис. 2). В связи с этим, ее использование для моделирования процессов литья в электромагнитном поле с учетом свободной поверхности жидкого металла является допустимым.

#### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ЛИТЬЯ И КРИСТАЛЛИЗАЦИИ СПЛАВОВ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНОМ ПОЛЕ

Геометрия расчетной области модели установки литья приведена на рис. 3. Высота жидкой фазы металла в начальный момент времени задана 25 мм. Для

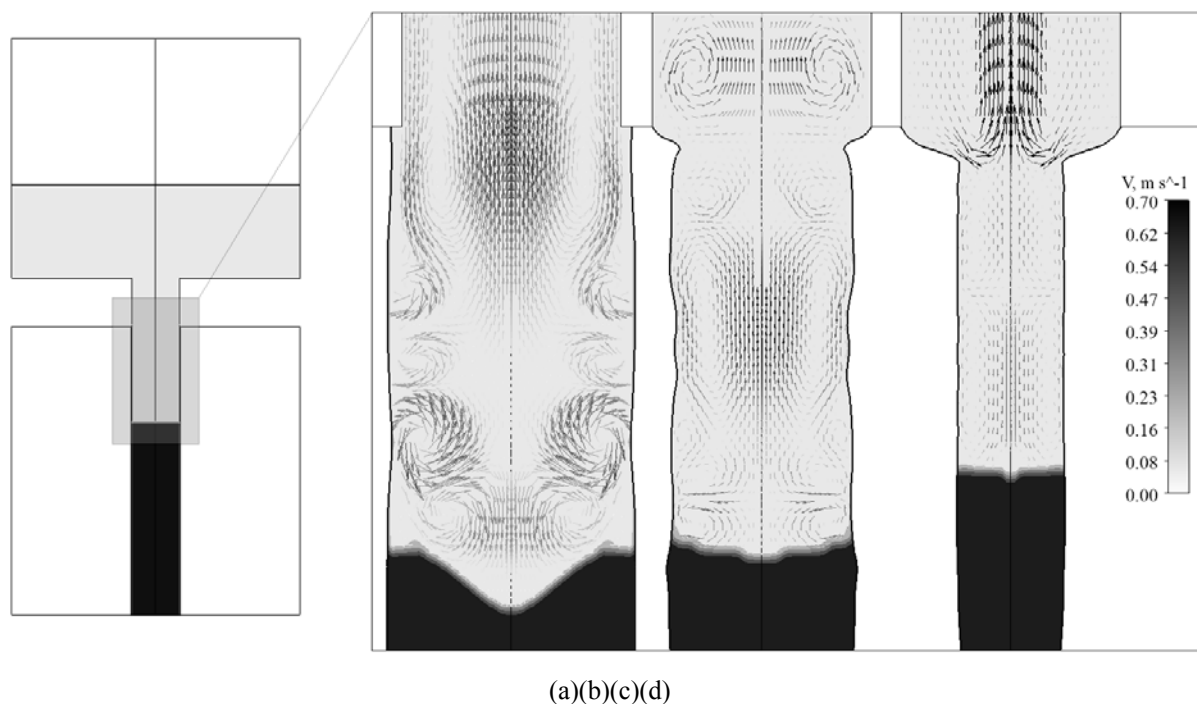


Рис. 4. Поле скоростей и распределение фазы воздуха, жидкой и твердой фазы слитка в начальный момент времени (а) и в установившемся режиме при токе 2500 (b), 2550 (c), 2600 (d)

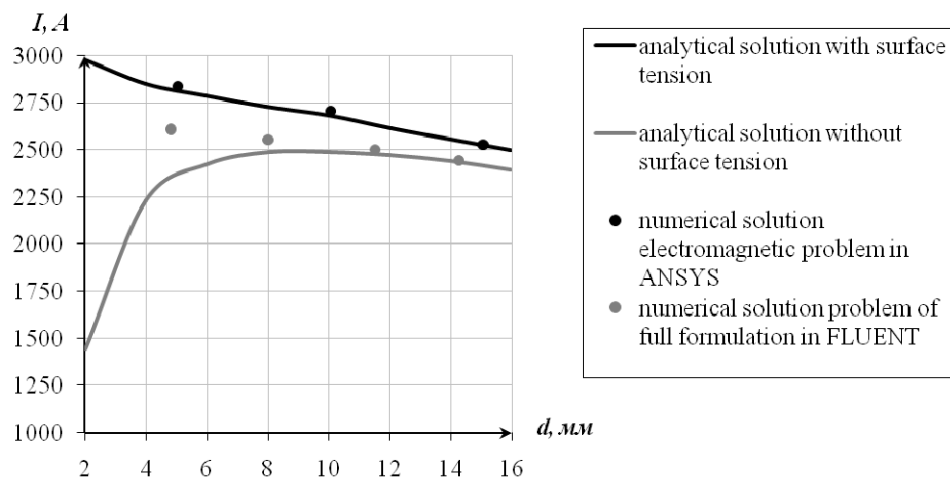


Рис. 5. Зависимость диаметра слитка от силы тока в индукторе

моделирования использовалась прямоугольная сетка, состоящая из 31000 узлов, со сгущением к границам слитка. Методические расчеты показали, что данная детализация является достаточной для получения, корректных результатов за приемлемое время.

Начальное распределение фазы воздуха, жидкой и твердой фазы слитка приведено на рис. 4(а). Начальный диаметр слитка и струи жидкого металла задавался равным 5 мм. Слиток начинался на расстоянии 15 мм от входа металла в нижнюю часть расчетной области. На этой же высоте располагалась средняя линия индуктора. Температура расплава задавалась равной 700 °С. Температура окружающего воздуха 27 °С. Все остальные параметры задавались равными нулю.

В расчетах варьировалась сила тока в индукторе 2450–2600 А, частота тока была задана равной 60000 Гц. Анализировалась форма свободной поверхности расплава, диаметр слитка, форма и положение фронта кристаллизации, поле скоростей в жидкой фазе слитка.

Анализировались только результаты расчетов в установившемся режиме (рис. 4(b-d)). Процесс

установления диаметра слитка занимал более 30 секунд реального времени после начала расчета. На что требовалось более 2 суток расчетного времени.

Полученные в расчетах величины диаметра слитка приведены на рис. 5 (серые точки). Для сравнения на данном графике также приведено аналитическое решение с учетом силы поверхностного натяжения (черная кривая) и без (серая кривая), а также результаты расчетов электромагнитной задачи в пакете ANSYS без учета гидродинамики и поверхностного натяжения. Как видно, результаты моделирования задачи в полной постановке хорошо согласуются с аналитическим решением с учетом силы поверхностного натяжения, до тех пор пока положение равновесия жидкой поверхности является устойчивым. Последняя расчетная точка  $d=4.8$  мм отклоняется от аналитической зависимости. Однако стоит отметить, что данный вариант расчета не являлся таким устойчивым как предыдущие варианты и сопровождался локальными пережигами и колебаниями жидкой поверхности. Это хорошо видно на рис. 4(d). Таким образом, качественно возникновение

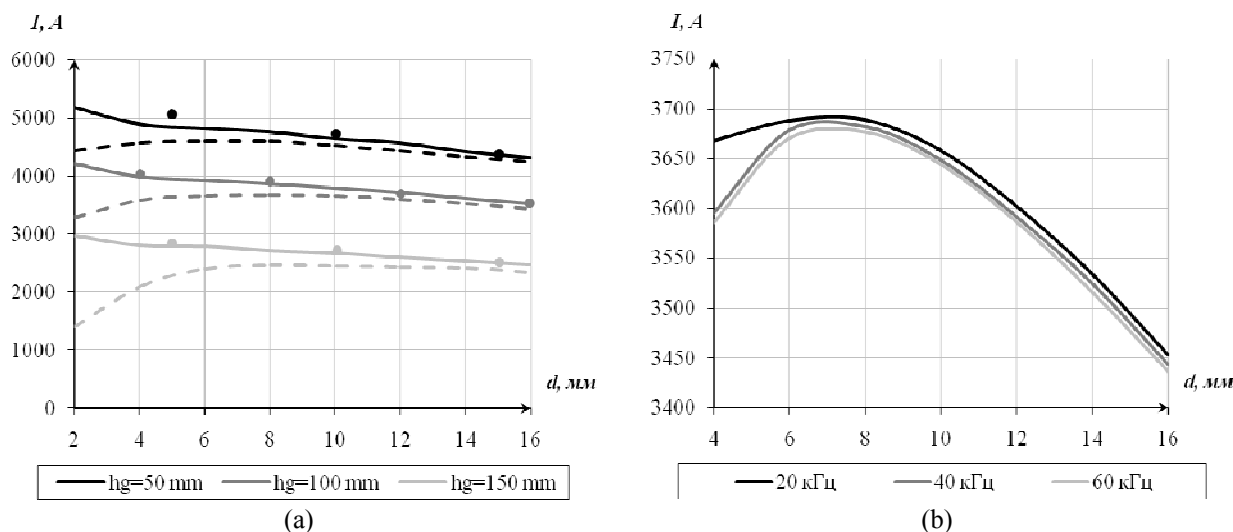


Рис. 6. (а) Влияние силы поверхностного натяжения на диаметр получаемого слитка (сплошные кривые – величина силы тока с учетом силы поверхностного натяжения); (б) Влияние частоты тока на диаметр получаемого слитка (высота жидкой фазы 100 мм)

неустойчивости при данных режимах подтверждается расчетом.

Аналитическое решение рассматриваемой задачи можно получить, используя предположение о цилиндрической форме поверхности жидкого металла и получаемого слитка. Как показали расчеты, это предположение недалеко от истины [2].

Условием существования установившейся формы поверхности жидкого металла является условие баланса гидростатического давления, давления сил поверхностного натяжения и электромагнитных сил.

$$\rho g h_g = \frac{\sigma_{nos}}{R} + P_{эл}(R) \quad (1)$$

где  $R$  – радиус слитка;

$\sigma_{surf}$  – коэффициент поверхностного натяжения;

$P_{em}(R)$  – электромагнитное давление, вычисленное по формуле;

$h_g$  – высота столба жидкого металла.

Для заданных величин силы  $I$  и частоты  $\omega$  тока решая уравнение (1) и определяем радиус слитка  $R$ .

На рис. 6 (а) приведено решение уравнения (1) для трех значений  $h_g$  с учетом сил поверхностного натяжения сплошные кривые и без учета прерывистые. Как видно учет сил поверхностного натяжения приводит, существованию двух равновесных значений радиуса слитка  $R$  при заданной силе тока. Это связано с разнонаправленной зависимостью сил поверхностного натяжения и электромагнитных сил. Сила поверхностного натяжения возрастает с уменьшением радиуса слитка, а электромагнитная сила уменьшается. Поэтому при больших радиусах баланс сил в уравнение (1) обеспечивается практически только электромагнитной силой, а при маленьких диаметрах силой поверхностного натяжения. Не смотря на то, что оба корня уравнения (1) отвечают равновесному положению жидкого металла, меньший корень этого уравнения относится к неустойчивому положению жидкой поверхности. Любое воздействие в этом положении может привести к распаду струи жидкого металла на отдельные капли из-за капиллярных сил. Таким образом, можно устойчивым состоянием равновесия жидкой поверхности будет состояние с отрицательной производной  $dI/dR$ , т.е. состояние при котором с ростом тока диаметр слитка убывает. Другая часть кривой с положительной производной соответствует неустойчивому положению жидкой границы.

Для сравнения на рис. 6 (а) приведены расчетные данные (точки), полученные из решения электромагнитной задачи в пакете программ ANSYS из условия баланса гидростатического электромагнитного давления. Как видно численное решение практически совпадает с аналитическим решением, без учета сил поверхностного натяжения.

На рис. 6 (б) приведены результаты решения уравнения (1) для трех различных значений частоты тока индуктора. Как видно из графика частота тока не оказывает практически никакого влияния на диаметр получаемого слитка. За исключением неустойчивой

области маленьких диаметров, в которой радиус слитка становится сопоставим с толщиной проникновения электромагнитного поля в металл. Таким образом, влияние частоты тока на диаметр слитка при дальнейшем анализе можно не учитывать.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Построена полная математическая модель процесса кристаллизации алюминия в переменном электромагнитном поле. Модель учитывает процесс кристаллизации алюминия, наличие свободной поверхности и силы поверхностного натяжения. Тестирование математической модели проводилось путем сравнения поля скоростей и формы свободной поверхности с экспериментальными данными для индукционных тигельных печей. Для адаптации математической модели и численного алгоритма получено аналитическое выражение для диаметра получаемого слитка при заданной силе тока индуктора. Аналитическое решение построено в приближении цилиндрической формы слитка и бесконечно тонкого индуктора. Сопоставление аналитического решения, экспериментальных данных и расчетов показало хорошее качественно и количественно согласие, как с учетом поверхностного натяжения, так и без него.

Для дальнейшей адаптации математической модели для более аккуратного изучения процесса кристаллизации алюминия в электромагнитном поле необходимо иметь экспериментальные данные по формированию фронта кристаллизации.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Тимофеев, В. Н. Магнитогидродинамические технологии в плавно-литейном производстве алюминиевых сплавов / Тимофеев В. Н., Первухин М. В., Хацаюк М. Ю. // Индукционный нагрев. – 2012. – № 22. – С. 15-20.
2. Гецелев, З. Н. Непрерывное литье в электромагнитный кристаллизатор / З. Н. Гецелев, Г.Л. Балахонцев, Ф.И. Квасов, Г.В. Черепок, И.И. Варга, Г.И. Мартынов. – М.: Металлургия, 1983. – 152 с.
3. Пат. 2477193 Российская Федерация, МПК В 22 D 11/01, В 22 D 27/02. Способ получения слитка из сплавов цветных металлов / М. Ю. Хацаюк, М. В. Первухин, В. Н. Тимофеев, Н. В. Сергеев, Р. М. Христинич. – № 2011106625/02; заявл. 22.02.2011; опубл. 10.03.2013, Бюл. № 7.
4. Pervukhin, M. V. Mathematic simulation of electromagnetic and thermal hydrodynamic processes in the system “inductor–ingot” of an electromagnetic mould / A. V. Minakov, N. V. Sergeev, M. U. Khatsauk // Magnetohydrodynamics. – 2011. – № 1. – pp. 79–87.
5. Kirpo, M. Modeling of Turbulence Properties and Particle Transport in Recirculated flows: PhD Thesis. – Riga, Latvia, 2008. – 188 p.
6. Pesteau, O. Contribution to the simulation of free surface flows in electromagnetic field / O. Pesteau, E. Baake // Ilmenau, Germany, 2009. – pp. 361-362